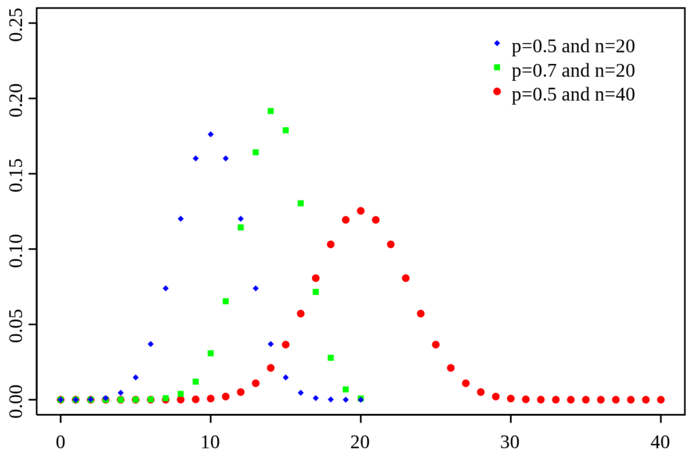
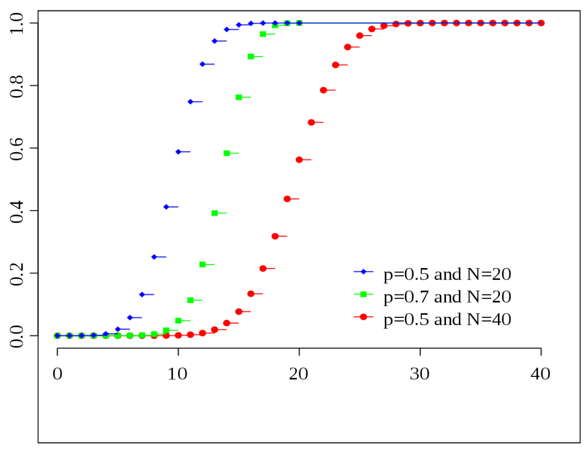
Distribución binomial

Distribución binomial



Función de probabilidad



Función de distribución de probabilidad

Parámetros	$n \geq 0$ número de ensayos (entero) $0 \leq p \leq 1$ probabilidad de éxito (real)
Dominio	$k \in \{0, \dots, n\}$
Función de probabilidad (fp)	$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
Función de distribución (cdf)	$I_{1-p}(n - \lfloor k \rfloor, 1 + \lfloor k \rfloor)$
Media	np
Mediana	Uno de $\{\lfloor np \rfloor, \lceil np \rceil\}$ [1]
Moda	$\lfloor (n+1)\, p \rfloor$
Varianza	$np(1-p)$
Coeficiente de simetría	$\frac{1-2p}{\sqrt{np(1-p)}}$
Curtosis	$\frac{1-6p(1-p)}{np(1-p)}$
Entropía	$\frac{1}{2} \ln \left(2\pi n e p(1-p) \right) + O\left(\frac{1}{n}\right)$

Función generadora de momentos (mgf)	$(1-p+pe^t)^n$
Función característica	$(1-p+pe^{it})^n$

En estadística, la **distribución binomial** es una distribución de probabilidad discreta que mide el número de éxitos en una secuencia de *n* ensayos de Bernoulli independientes entre sí, con una probabilidad fija *p* de ocurrencia del éxito entre los ensayos. Un experimento de Bernoulli se caracteriza por ser dicotómico, esto es, sólo son posibles dos resultados. A uno de estos se denomina éxito y tiene una probabilidad de ocurrencia *p* y al otro, fracaso, con una probabilidad *q* = 1 - *p*. En la distribución binomial el anterior experimento se repite *n* veces, de forma independiente, y se trata de calcular la probabilidad de un determinado número de éxitos. Para *n* = 1, la binomial se convierte, de hecho, en una distribución de Bernoulli.

Para representar que una variable aleatoria *X* sigue una distribución binomial de parámetros *n* y *p*, se escribe:

$$X \sim B(n, p)$$

La distribución binomial es la base del test binomial de significación estadística.

Ejemplos

Las siguientes situaciones son ejemplos de experimentos que pueden modelizarse por esta distribución:

- Se lanza un dado diez veces y se cuenta el número *X* de tres obtenidos: entonces *X* ~ *B*(10, 1/6)
- Se lanza una moneda dos veces y se cuenta el número *X* de caras obtenidas: entonces *X* ~ *B*(2, 1/2)
- Una partícula se mueve unidimensionalmente con probabilidad *p* de moverse de aquí para allá y *1-q* de moverse de allá para acá

Experimento binomial

Existen muchas situaciones en las que se presenta una experiencia binomial. Cada uno de los experimentos es independiente de los restantes (la probabilidad del resultado de un experimento no depende del resultado del resto). El resultado de cada experimento ha de admitir sólo dos categorías (a las que se denomina éxito y fracaso). Las probabilidades de ambas posibilidades han de ser constantes en todos los experimentos (se denotan como *p* y *q* o *p* y 1-*p*).

Se designa por *X* a la variable que mide el número de éxitos que se han producido en los *n* experimentos.

Cuando se dan estas circunstancias, se dice que la variable *X* sigue una distribución de probabilidad binomial, y se denota *B(n,p)*.

Características analíticas

Su función de probabilidad es

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

donde $x = \{0, 1, 2, \dots, n\}$,

siendo $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ las combinaciones de n en x (n elementos tomados de x en x)

Ejemplo

Supongamos que se lanza un dado (con 6 caras) 50 veces y queremos conocer la probabilidad de que el número 3 salga 20 veces. En este caso tenemos una X ~ B(50, 1/6) y la probabilidad sería P(X=20):

$$P(X=20)=\binom{50}{20}(1/6)^{20}(1-1/6)^{50-20}$$

Propiedades

$$\mathbb{E}[X]=np$$
$$\mathbb{V}\mathrm{ar}[X]=np(1-p)$$

Relaciones con otras variables aleatorias

Si n tiende a infinito y p es tal que el producto entre ambos parámetros tiende a λ , entonces la distribución de la variable aleatoria binomial tiende a una distribución de Poisson de parámetro λ .

Por último, se cumple que cuando *n* es muy grande (usualmente se exige que $n \geq 30$) la distribución binomial puede aproximarse mediante la distribución normal.

Propiedades reproductivas

Dadas *n* variables binomiales independientes de parámetros n_i (i = 1,..., n) y p, su suma es también una variable binomial, de parámetros n_1+... + n_n, y p, es decir,

$$Y=\sum_{i=1}^{n}X_i \sim B(\sum_{i=1}^{n}n_i,p)$$

Referencias

[1] Hamza, K. (1995). The smallest uniform upper bound on the distance between the mean and the median of the binomial and Poisson distributions. Statist. Probab. Lett. 23 21–25.

Enlaces externos

- Calculadora Distribución binomial (http://www.elektro-energetika.cz/calculations/bi.php?language=espanol)
- (http://cajael.com/mestadisticos/T6DDiscretas/node2.php) Cálculo de la probabilidad de una distribución binomial con R (lenguaje de programación)

Fuentes y contribuyentes del artículo

Distribución binomial *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=63665056 *Contribuyentes*: .Sergio, Akma72, Alex economist, Amanuense, Babbage, Bentzia, Camilo, Cgb, Danielyapahl, Darizabalo, Diegusjaimes, Dreitmen, Farisori, Fvmeteo, GermanX, Grillitus, JAGT, Jerowiki, Jkbw, Joffrey tgn, Juan Mayordomo, Juan carvacho, Juanjo Bazan, Juliowolfgang, Kved, Magister Mathematicae, Mahadeva, Marianov, Marsal20, Matdrodes, Mpeinadopa, Murphy era un optimista, Paintman, Porao, Pólux, Raulshc, Ricardogpn, Soteke, Stm17, Supercyberedgar, Tano4595, Tartaglia, Tostadora, UA31, Vaskop, Walterotta, Yogobah, 146 ediciones anónimas

Fuentes de imagen, Licencias y contribuyentes

Archivo:Binomial distribution pmf.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Binomial_distribution_pmf.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Tayste

Archivo:Binomial distribution cdf.svg *Fuente*: http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Binomial_distribution_cdf.svg *Licencia*: Public Domain *Contribuyentes*: Tayste

Licencia